

Solução de um Problema Inverso Aplicado ao Controle de Vibrações

Romes Antonio Borges*, Marco Paulo Guimarães e Mario Olavo Magno de Carvalho

Resumo: Este capítulo propõe avaliar o uso de forças (momentos) de controle não lineares para o controle semiativo de vibrações em uma estrutura sujeita a esforços torcionais, modelada por parâmetros discretos que resultam em baixas frequências naturais. O controle semiativo é concebido para ser realizado por meio de um momento de controle produzido por atrito de Coulomb em um freio eletromagnético. Técnicas de otimização estocásticas são utilizadas para desenvolver modelos não lineares adotados para o momento de controle. Os resultados obtidos por simulação são comparados com os de um controle passivo clássico para a mesma estrutura e permitem avaliar a vantagem relativa da estratégia adotada para excitação aleatória.

Palavras-chave: Problema inverso, Controle de vibrações, Otimização estocástica, Método de Monte Carlo.

Abstract: *This chapter aims at evaluating the use of nonlinear control forces (moments) for vibration semiactive control in a structure with torsional efforts, modeled by lumped parameters that result in low natural frequencies. Semiactive control is designed to be performed by Coulomb friction forces in a magnetic brake. Stochastic optimization are used to develop nonlinear models adopted for the control moment. The results obtained by simulations are compared with those of a classical passive control to evaluate the advantage of the strategy used for random excitation.*

Keywords: *Inverse problem, Vibration control, Stochastic optimization, Monte Carlo Method.*

Conteúdo

1	Introdução	82
2	Controle de Vibrações	82
3	Modelagem da Estrutura.....	82
3.1	Modelo físico	82
3.2	Modelo numérico.....	84
3.3	Modelo da estrutura com excitação e controle.....	84
4	Desenvolvimento do Controlador	85
4.1	Cálculo da energia total.....	86
4.2	Método estocástico para a determinação dos coeficientes do polinômio do momento de controle	87
4.3	Modelo do controlador	87
5	Simulação Numérica para Excitação Aleatória	89
5.1	Estrutura de referência (sem controle).....	90
5.2	Momento proporcional à velocidade angular e suas potências.....	90
5.3	Momento proporcional à velocidade, deslocamento e suas potências.....	91
6	Conclusões.....	91

*Autor para contato: romes@ufg.br

1. Introdução

Os fenômenos vibratórios que atuam em estruturas mecânicas são foco de estudos e objeto de interesse dentro de diversas áreas da engenharia. Vários estudos são dedicados às inúmeras formas de controle de vibrações em sistemas mecânicos. Neste sentido podem ser citados os absorvedores dinâmicos de vibração passivos e ativos com características lineares ou não lineares (Borges et al., 2010). O estudo destas singularidades é de cunho essencialista, uma vez que, inerentes a todos os sistemas mecânicos, à eminência de análises e simulações do comportamento do movimento para a determinação de parâmetros e condições críticas de operações, viabilizam as aplicações práticas reduzindo ou eliminando todas as probabilidades de um provável colapso estrutural, concedendo ao projeto confiabilidade e segurança.

O estudo e a análise dinâmica dos sistemas mecânicos passam pela construção de modelos adequados à retórica em foco e a forma de abordagem para solução do modelo pode resultar em análises significativamente mais condizentes com a realidade do sistema físico. Já difundida, a abordagem determinística dos sistemas mecânicos não considera incertezas inerentes ao sistema real e, com isso, os modelos determinísticos são mais afetados pelos efeitos decorrentes de ruídos. Em ascendência, a abordagem estocástica considera as incertezas presentes no problema real, possibilitando um tratamento adequado aos ruídos, ocasionando à resultante do comportamento dos sistemas mecânicos, variáveis aleatórias (Silva, 2008).

Neste cenário, a presente contribuição tem por objetivo o projeto de controlares através da formulação de um problema inverso de otimização paramétrica. Este consiste na identificação dos coeficientes de um controlador não linear polinomial de modo a minimizar a quantidade de energia total de um sistema vibrante. Para essa finalidade, é empregado um método de otimização estocástica, associado com Cadeias de Markov e o Método de Monte Carlo.

2. Controle de Vibrações

A tecnologia relacionada ao controle de vibrações tem se tornado uma ciência interdisciplinar, ocasionada pela crescente demanda nos critérios de desempenho de estruturas e máquinas (Inman, 2006). Uma dificuldade frequentemente encontrada em máquinas e estruturas de médio e grande portes, quando sujeitas a carregamentos cíclicos ou aleatórios, é o controle de vibrações visando a maximização da vida dos componentes. Esses carregamentos implicam em esforços de flexão e/ou torção, entre outros, que podem levar a estrutura à falha.

Um tipo de controle que se apresenta promissor, em relação aos demais, é o controle semiativo, que propicia implementação fácil e de baixo custo, aliada à simplicidade típica de sistemas passivos e à adaptabilidade dos sistemas ativos (Carneiro, 2009). Um dos quesitos que tornam o controle semiativo muito atrativo é a energia externa requerida no controle, que é menor, em relação à energia requerida nos sistemas de controle ativos (Li & Huo, 2010). Além disso, estes autores afirmam que os sistemas semiativos são mais simples e exequíveis, se comparados aos sistemas ativos, e mais eficientes que os sistemas passivos.

No controle semiativo, a força de controle não atua diretamente sobre a estrutura ou componente que se deseja controlar, e sim sobre outro dispositivo, o qual atua passivamente sobre o elemento a ser controlado.

3. Modelagem da Estrutura

3.1 Modelo físico

O comportamento dinâmico das estruturas pode ser avaliado por meio de modelos simplificados, em que inércia, rigidez e amortecimento são parâmetros concentrados que representam, de forma discreta, a estrutura a ser estudada.

A estrutura abordada neste trabalho é representada de forma esquemática na Figura 1. Esta consiste de um eixo cilíndrico montado na vertical e engastado na extremidade superior, no qual estão montados quatro volantes de inércia.

M_i ($i=1, \dots, 4$) é o vetor de excitações aplicadas nos quatro graus de liberdade da estrutura, I_i ($i=1, \dots, 4$) é o vetor de inércias dos quatro volantes, θ_i ($i=1, \dots, 4$) é vetor de deslocamentos angulares dos quatro graus de liberdade, c_i ($i=1, \dots, 4$) é o vetor de amortecimentos torcionais próprios (proporcionais) da estrutura, k_i ($i=1, \dots, 4$) é o vetor de rigidez torcional dos trechos do eixo e M_c é o momento de controle aplicado sobre um grau de liberdade específico.

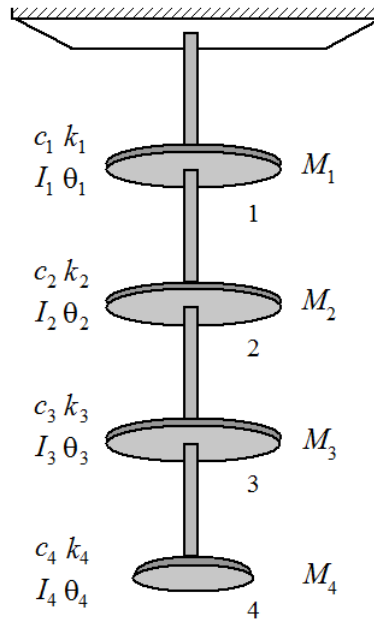


Figura 1. Estrutura torsional com 4 graus de liberdade.

Considerando que um eixo sujeito à torção sofrerá uma deformação angular, é possível definir uma rigidez torsional equivalente por meio da Equação 1, a seguir:

$$k_{eq} = \frac{M}{\theta} = \frac{GJ}{L} \quad (1)$$

onde M é o momento aplicado ao eixo, θ é o deslocamento angular do eixo, G é o módulo de rigidez ao cisalhamento (77 GPa para o aço selecionado), J é o momento polar de inércia da secção transversal do eixo e L é o comprimento do eixo. Esta rigidez torsional equivalente está representada por k_i na Figura 1, e está relacionada à rigidez de cada trecho do eixo utilizado nos modelos numérico e experimental.

A partir da configuração mostrada na Figura 1, pode ser formulado o modelo da estrutura. Sua representação, em notação matricial, para res- posta livre, segue na Equação 2 (Inman, 2006):

$$[I]\ddot{\theta} + [C_t]\dot{\theta} + [K_t]\theta = 0 \quad (2)$$

onde I é a matriz de inércia dos volantes, C_t é a matriz de amortecimento torsional e K_t é a matriz de rigidez torsional dos trechos do eixo, dados por:

$$[I] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_4 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[C_t] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[k_t] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$[\theta] = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

3.2 Modelo numérico

Os momentos de inércia foram obtidos analiticamente utilizando as massas e os diâmetros dos volantes. A rigidez dos segmentos do eixo foi obtida com o uso da Equação 1. Já o amortecimento torcional foi obtido a partir de um ensaio de resposta a um degrau de momento. Para tal, um momento estático conhecido foi aplicado ao ponto três da estrutura e, ao ser retirado instantaneamente, a curva com a energia total foi obtida. Por meio da comparação do decaimento da energia total do modelo numérico com o decaimento da energia total do modelo experimental, o amortecimento foi estimado, conforme pode ser visto em [Guimarães \(2013\)](#).

A Tabela 1 mostra as propriedades da estrutura utilizadas nas simulações ([Guimarães, 2013](#)).

Tabela 1. Características da estrutura experimental.

Característica	Elemento	Unidade	Valores
Momento polar de inércia dos volantes	I_1	kg m ²	0,72
	I_2		0,22
	I_3		0,22
	I_4		0,085
Rigidez torcional dos segmentos do eixo	k_1	Nm/rad	1991
	k_2		1991
	k_3		1991
	k_4		1991
Amortecimento torcional equivalente	c_1	Nms/rad	0,4
	c_2		0,4
	c_3		0,4
	c_4		0,4

O modelo numérico correspondente ao sistema físico apresentado foi desenvolvido no ambiente MatLab Simulink[®].

3.3 Modelo da estrutura com excitação e controle

O modelo físico da estrutura, com a excitação e com o controlador, considera a existência de apenas um momento de controle M_c , aplicado no quarto grau de liberdade, e um momento de excitação, aplicado no terceiro grau de liberdade, conforme a Figura 1.

A escolha de um único atuador foi feita em função das restrições de custo para montagem experimental e não se apresenta como uma restrição do modelo ou do método desenvolvido. Outra razão para montagem do atuador afastado da excitação é a tentativa de reproduzir as dificuldades de acesso a determinados pontos da estrutura, como acontece na prática. Nem sempre é possível escolher o ponto ótimo de controle da estrutura para se posicionar o atuador.

Incorporando a excitação e o momento de controle no modelo físico representado pela Equação 2, o caso de resposta forçada, controlado, pode ser representado pelas Equação 7

$$[I]\ddot{\theta} + [C_t]\dot{\theta} + [K_t]\theta = M + M_c \quad (7)$$

onde M e M_c são os vetores de momentos de excitação e de momentos de controle, respectivamente, dados por

$$M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$M_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_{c4} \end{bmatrix} \quad (9)$$

O modelo numérico desenvolvido no Simulink[®] para a estrutura completa, com excitação e controle, pode ser visto na Figura 2. Estes subsistemas são acoplados ao modelo da estrutura para simular a resposta do sistema quando sujeito a um determinado momento de controle arbitrário.

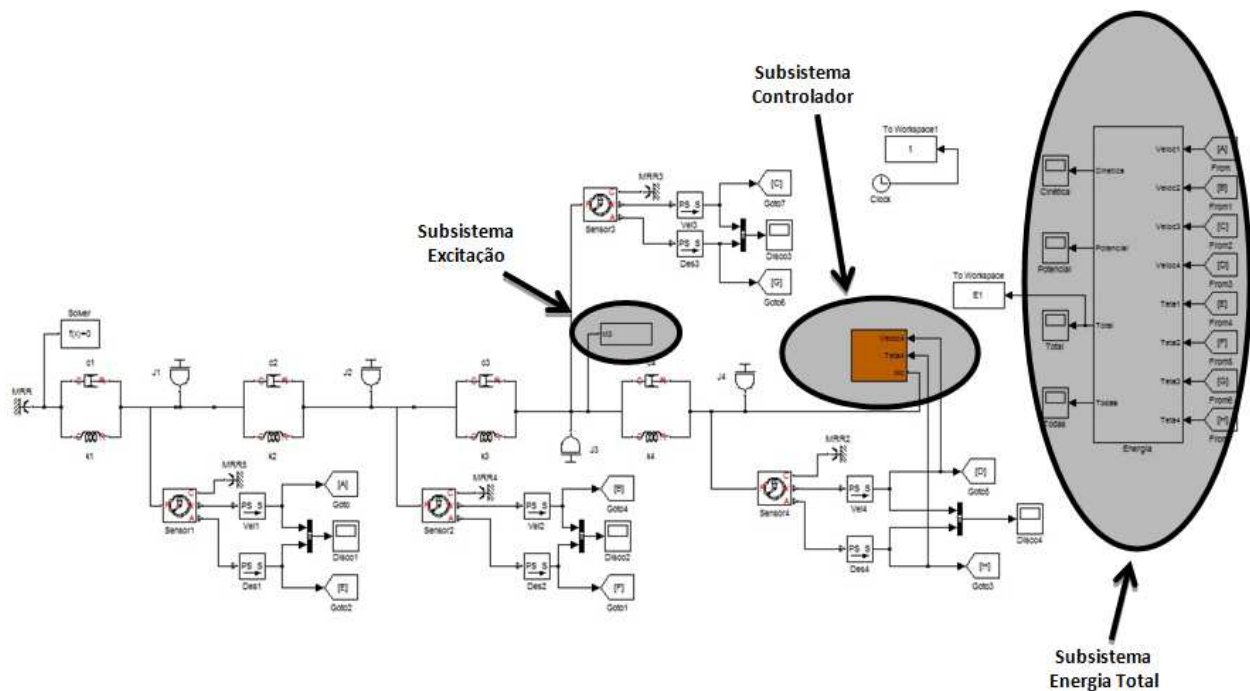


Figura 2. Modelo desenvolvido para o sistema torcional com 4 graus de liberdade.

4. Desenvolvimento do Controlador

Visando definir as características do momento de controle M_c como um polinômio não linear, a simulação do sistema controlado é realizada por integração direta da Equação 7, para uma dada excitação M .

O desempenho do controlador será função dos coeficientes do polinômio, sendo que cada conjunto de coeficientes arbitrado leva a um desempenho de controle e a uma energia total para a estrutura. A energia total (para os quatro graus de liberdade) foi escolhida como escalar (função objetivo) em relação à qual se dará a otimização dos coeficientes do polinômio que define M_c .

O problema de controle pode ser caracterizado como um problema inverso, no qual se procura encontrar um momento de controle que conduza à otimização de uma função objetivo, aqui tomada como sendo a energia total mínima. O problema direto associado consiste em, dado um momento de controle e uma excitação conhecida, minimizar a energia total máxima do sistema em regime permanente. As condições necessárias para se considerar o regime permanente serão discutidas adiante.

Em um problema direto busca-se em determinar a saída, sendo conhecidas a entrada e o sistema de parâmetros. Já um problema inverso pode ser apresentado de duas formas diferentes (Cezaro, 2010):

- O problema de reconstrução: conhecidos o sistema de parâmetros e a saída, determinar qual é a entrada;
- O problema de identificação: dadas a entrada e a saída, determinar qual o sistema de parâmetros que os relaciona.

O problema de controle ótimo abordado neste trabalho pode ser considerado como sendo um problema inverso de identificação que consiste em, a partir de uma entrada conhecida e uma saída desejada (energia mínima), determinar os coeficientes do momento de controle. A Figura 3 mostra o exposto, sendo que a parte superior da figura está relacionada ao problema direto e a parte de baixo está relacionada ao problema inverso proposto neste trabalho.

Neste trabalho pretende-se minimizar a energia mecânica total. É importante ressaltar que outros objetivos poderiam ter sido adotados, como por exemplo, o deslocamento ou a velocidade.

Para a resolução do problema inverso proposto é empregado o Método de Monte Carlo via Cadeias de Markov. A metodologia proposta consiste em perturbar os coeficientes, dos quais depende o momento de controle, e verificar se a função objetivo está sendo otimizada. Após uma quantidade

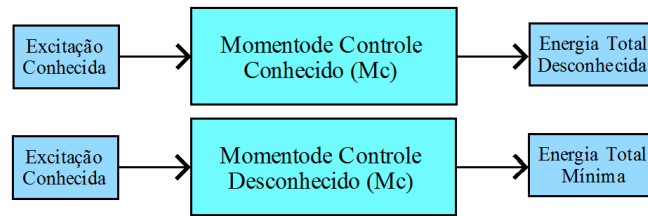


Figura 3. Caracterização dos problemas direto e inverso.

suficientemente grande de perturbações, encontra-se o conjunto de parâmetros (coeficientes do polinômio) que leva a função objetivo a se aproximar do ponto ótimo, ou seja, do ponto de energia mínima para a estrutura.

Para chegar ao controlador que leve a estrutura para a situação na qual a energia total é mínima, as etapas abordadas nos tópicos seguintes se fazem necessárias.

4.1 Cálculo da energia total

A Equação 7 foi resolvida numericamente para diversos valores de momento de controle (M_c). Para cada condição estudada, é calculada a energia potencial elástica (E_p) e a energia cinética (E_c), conforme as seguintes equações:

$$E_P = \frac{1}{2} \{\theta\}^T [K_t] \{\theta\} \quad (10)$$

$$E_C = \frac{1}{2} \{\dot{\theta}\}^T [I] \{\dot{\theta}\} \quad (11)$$

As matrizes e elementos apresentados na Equação 10 e na Equação 11 foram descritas anteriormente.

A energia total da estrutura corresponde à soma das energias cinéticas de cada volante de inércia e as energias potenciais elásticas de cada segmento de eixo, e está representada pela Equação 12.

$$E_T = E_P + E_C \quad (12)$$

O modelo do subsistema que calcula a energia total da estrutura (cinética mais potencial), desenvolvido no Simscape, está detalhado na Figura 4, a seguir. O Subsistema Energia Total, como foi chamado, foi acoplado ao modelo da estrutura, e que foi ilustrado, sem os detalhes de seu interior, na Figura 2.

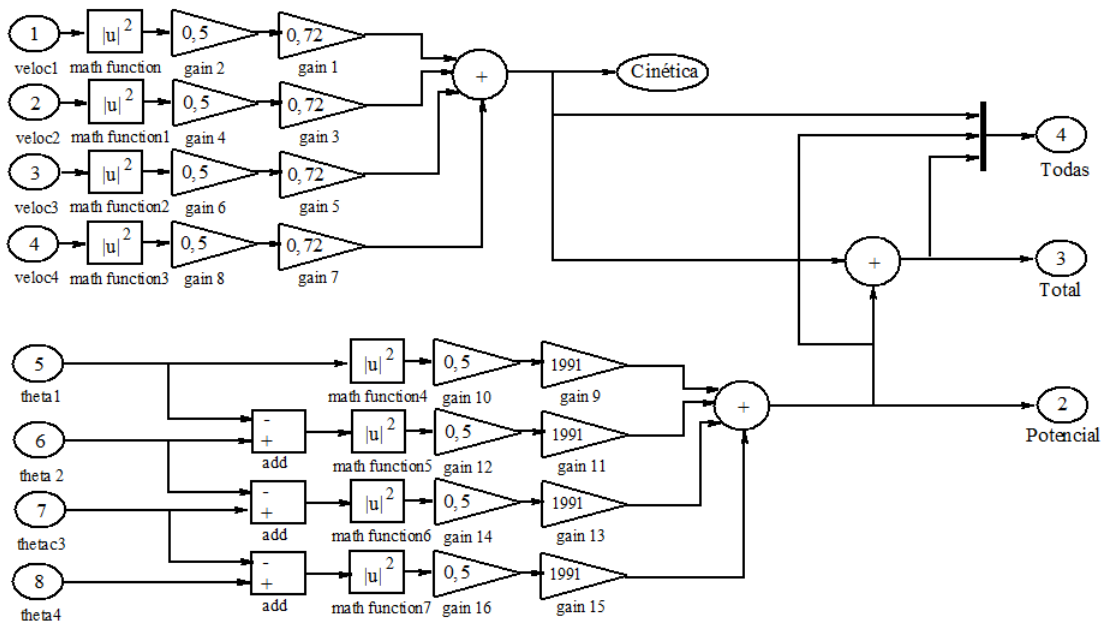


Figura 4. Subsistema que calcula a energia total.

4.2 Método estocástico para a determinação dos coeficientes do polinômio do momento de controle

O Método de Monte Carlo via Cadeias de Markov é muito utilizado para resolver problemas de otimização. Este faz parte de uma estratégia para a geração de amostras a partir de um mecanismo baseado nas Cadeias de Markov (Andrieu et al., 2003).

O Método de Monte Carlo é uma abordagem estocástica muito utilizada no estudo de sistemas com um grande número de graus de liberdade, em sistemas que envolvem fluidos (e incertezas), na análise de risco financeiro, em computação numérica e simulação estocástica (Lima, 2011). Este consiste em gerar um vetor aleatório, com uma determinada distribuição de probabilidade, realizar os cálculos relativos ao modelo simulado, usando o vetor gerador, e registrar a resposta, certificando da convergência da simulação em relação à função objetivo.

Já os Métodos de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC) são processos estocásticos em uma versão iterativa dos Métodos de Monte Carlo tradicionais não iterativos, em que a distribuição de probabilidade de um dado estado depende apenas do valor da distribuição no estado anterior. Esta propriedade, também chamada de Memória Markoviana, faz com que os estados anteriores sejam irrelevantes para a predição dos estados seguintes, desde que o estado atual seja conhecido (Carvalho & Mota, 2009). Valendo-se de métodos estocásticos via Cadeias de Markov é possível desenvolver um controlador que proporcione um momento de controle ótimo. A otimização paramétrica seleciona o melhor modelo de momento de controle para uma dada estratégia conseguindo assim, a combinação ótima de parâmetros que caracterizam a dependência do momento de controle nas variáveis monitoradas. A principal vantagem do método estocástico empregado é a sua robustez, que faz com que ele convirja em todos os casos (mesmo que para um ótimo local), não se tornando instável.

Neste trabalho, o problema evolui a partir do repouso, na posição não deformada. Em seguida, resolve-se a equação diferencial por meio de integração direta, até que o regime permanente seja atingido e, então, o cálculo da energia total da estrutura é efetuado. A energia total é comparada com a energia total obtida no passo anterior e, caso a energia total venha a ser menor que a obtida anteriormente, os coeficientes que caracterizam o Momento de Controle são armazenados. Caso a energia total obtida seja maior que a armazenada anteriormente, os novos coeficientes são descartados e o algoritmo retorna para uma nova perturbação de parâmetros e um novo cálculo da energia total.

O algoritmo é interrompido ao atingir um número de iterações predefinido pelo usuário. O laço de repetição é interrompido e os coeficientes ótimos que definem o Momento de Controle são armazenados. Como é próprio do Método de Monte Carlo via cadeias de Markov, a solução encontrada pode não ser um mínimo absoluto do problema, mas se aproxima deste. Uma procura maior poderia encontrar uma energia ainda menor.

Valendo-se desses recursos, por meio da abordagem estocástica descrita, é possível determinar o momento de controle (MC) que minimize a energia total da estrutura pela solução do problema inverso proposto. O procedimento descrito para a abordagem estocástica está ilustrado no fluxograma da Figura 5.

Uma grande vantagem do método de otimização estocástico escolhido é a sua robustez. O método converge, mesmo tolerando erros ocasionais no processamento devido ao arbítrio de coeficientes inadequados. Por outro lado, o algoritmo descrito pode ter baixa convergência, não sendo adequado para otimização em tempo real.

4.3 Modelo do controlador

O Subsistema Controlador pode ser visto na Figura 2. Os momentos de controle abordados nos tópicos a seguir foram programados dentro do referido bloco, utilizando a linguagem de blocos do SimScape®.

Na busca pelos coeficientes ótimos, o cenário construído foi o caso de momento de controle proporcional à velocidade e/ou às suas potências. No caso do amortecedor proporcional viscoso (clássico), o momento de controle é assumido como sendo proporcional à velocidade. Esta condição iguala o controle semiativo ao controle passivo por amortecedor torcional proporcional clássico. O resultado obtido para o controlador passivo proporcional será usado como referência para a comparação com os demais resultados obtidos para os controladores propostos neste trabalho. Dada a facilidade de se produzir, no controle semiativo, uma força (ou momento) de controle de classe bem mais ampla, inclusive com características não lineares, neste trabalho será investigada a conveniência

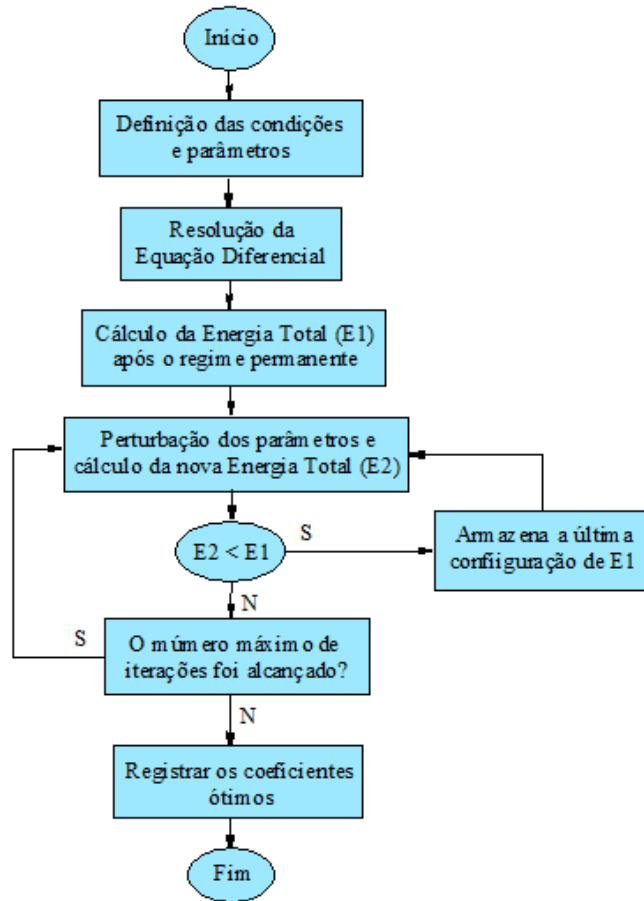


Figura 5. Fluxograma mostrando o método para definição dos coeficientes ótimos do momento de controle.

em adotar o momento de controle descrito pela Equação 13. O momento de controle ora proposto depende da velocidade angular e das suas potências (Estudo de Caso 1).

$$M_c = - \left[C_1 \frac{\dot{\theta}_4}{|\dot{\theta}_4|} + C_2 \dot{\theta}_4 + C_3 \dot{\theta}_4 |\dot{\theta}_4| + C_4 \dot{\theta}_4^3 \right] \quad (13)$$

Neste estudo de caso os coeficientes C_n ($n=1, \dots, 4$) são diferentes de zero e são definidos de forma a minimizar uma função objetivo determinada, para as condições de excitação escolhidas.

A função objetivo adotada foi a energia total dos quatro graus de liberdade da estrutura e, para minimizar essa função objetivo, foi utilizado um método estocástico que busca a combinação ótima dos coeficientes do polinômio da Equação 13. O procedimento foi utilizado para determinação dos parâmetros que minimizam a energia total para dada condição de excitação aleatória.

Em uma abordagem semelhante à descrita acima, foram determinados os parâmetros ótimos para um controlador de classe ainda mais geral. Nesse controlador, para os mesmos padrões de excitação, o momento de controle apresenta dependência na velocidade e no deslocamento. A Equação 14 mostra esse modelo, cujo cenário apresentado representa o Estudo de Caso 2:

$$M_c = \begin{cases} - \left(C_1 \frac{\dot{\theta}_4}{|\dot{\theta}_4|} + C_2 \dot{\theta}_4 + C_3 \dot{\theta}_4 |\dot{\theta}_4| + C_4 \dot{\theta}_4^3 \right) \leftrightarrow \text{sgn}(\theta) \neq \text{sgn}(\dot{\theta}) \\ -C_1 \frac{\dot{\theta}_4}{|\dot{\theta}_4|} - C_2 \dot{\theta}_4 - C_3 \dot{\theta}_4 |\dot{\theta}_4| - C_4 \dot{\theta}_4^3 - C_5 \frac{\theta_4}{|\theta_4|} + \\ -C_6 \theta_4 - C_7 \theta_4 |\theta_4| - C_8 \theta_4^3 \leftrightarrow \text{sgn}(\theta) = \text{sgn}(\dot{\theta}) \end{cases} \quad (14)$$

onde a função $\text{sgn}(x)$ corresponde ao sinal de x .

Neste estudo de caso os coeficientes C_n ($n=1, \dots, 8$) são diferentes de zero. Destaca-se que, nesse polinômio, parte dos termos da Equação 14 são função da velocidade angular (coeficientes C_n , $n=1, \dots, 4$), similar ao modelo desenvolvido anteriormente. Os demais termos da equação são proporcionais ao deslocamento angular (C_n , $n=5, \dots, 8$). Na parte da equação em que o controlador atua sobre a

rigidez (M_c é proporcional ao deslocamento), foi criada uma estrutura na qual o controlador só atua caso a velocidade e o deslocamento tenham o mesmo sinal. Essa é a única situação exequível com controladores semiativos, já que eles não são capazes de adicionar energia ao sistema, pois atuam através de forças passivas. Isto é, o modelo admite a possibilidade de um comportamento como *mola* apenas enquanto esta retira energia da estrutura.

Se a velocidade e o deslocamento tiverem sentidos diferentes (sinais diferentes), os termos proporcionais ao deslocamento terão que ser nulos, e o momento de controle passa a ser proporcional exclusivamente à velocidade, como apresentado na Equação 13. Embora ambos sejam constantes, as estratégias de controle que consideram o coeficiente C_n , $n=1$, se diferem ligeiramente da estratégia de controle modelada utilizando o coeficiente C_n , $n=5$. Isto acontece devido ao fato dos termos proporcionais ao deslocamento, incluindo o coeficiente C_n , $n=5$, só atuarem em parte do tempo, quando a velocidade e o deslocamento angular têm a mesma direção. Essa atuação se dá em todo o tempo no controlador com o coeficiente C_n , $n=1$, conforme mostra a Equação 14. Desconsiderando esse efeito, os dois coeficientes, C_n , $n=1$ e $n=5$, têm o mesmo comportamento, por multiplicarem, ambos, o termo de ordem zero do polinômio. Por isso, o coeficiente C_n , $n=5$, pode ser incorporado ao coeficiente C_n , $n=1$, sem prejuízo à eficiência do controle.

Neste caso, pretende-se mostrar que, quanto maior o número de parâmetros (coeficientes a determinar), mais baixo será o nível de energia alcançado. O método de otimização estocástica adotado foi baseado no Método de Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC).

Observe que a construção da Equação 13 é compatível com o controle exercido por um momento proporcionado por uma força passiva, isto é, que, a qualquer tempo, retira energia da estrutura. Ainda nesta equação, percebe-se que os termos de ordem zero ou dois encontram-se multiplicados pelo sinal da velocidade angular. Com essa configuração, o modelo do freio representa um momento de controle sempre contrário à direção da velocidade angular. No modelo do controlador, e sob o enfoque da energia, o trabalho realizado pelo momento aplicado pelo freio é sempre negativo, retirando energia da estrutura e concorrendo para minimizar a energia global dos graus de liberdade considerados no modelo físico.

A realização experimental desse controlador semiativo pode ser facilmente obtida por um freio eletromagnético que, no caso do modelo proposto, está montado no volante de inércia posicionado no ponto quatro, mostrado na Figura 1. O controlador foi montado em um ponto distinto ao da excitação visando reproduzir as dificuldades de controle frequentemente encontradas em campo, em que nem sempre se consegue acesso ao melhor ponto da estrutura para a aplicação de uma força de controle.

Sendo o momento exercido pelo freio eletromagnético dependente da força normal e, como a força normal é controlada por um campo elétrico aplicado a uma bobina, pode-se, controlando a corrente, construir uma força que resulte em um momento de controle (M_c) de acordo com o modelo determinado pelo método estocástico aplicado a um dos cenários mencionados.

A estratégia de controle proposta considera um momento de controle dependente da velocidade, de classe mais geral que o controle passivo proporcional, dado pela Equação 13. Sendo mais geral, o momento determinado conduz a um ponto ótimo com um menor nível de energia total da estrutura. Este modelo, descrito por esta equação, com a sua aplicação específica em problemas excitados harmonicamente, foi abordado por [Carvalho & Guimarães \(2010\)](#), e mostrou bom desempenho.

5. Simulação Numérica para Excitação Aleatória

Os resultados obtidos para excitação aleatória foram simulados considerando-se um ruído branco com densidade espectral de potência (PSD) igual a $0,1 \text{ W/rad s}^{-1}$, aplicado no ponto três da estrutura. O comportamento da estrutura é simulado partindo do repouso e evolui até a condição de regime permanente. Para que se tenha a garantia de que a resposta da estrutura atingiu o regime permanente, quando excitada aleatoriamente, foi considerado um tempo dez vezes maior que o maior período natural da estrutura (que é de aproximadamente 0,2 segundos). Isto resulta em, no mínimo, dois segundos para que se possa considerar o regime permanente. Visando garantir a reprodução dos sinais próximos ao limite inferior de interesse com segurança, foram considerados dez segundos durante as simulações.

Os resultados para esses controladores são apresentados na Tabela 2. Na referida tabela são mostrados os dois casos propostos junto ao controlador clássico proporcional (viscoso).

A aplicação de um momento nulo não permite o controle da estrutura. Por outro lado, aplicar um momento elevado tende a bloquear o eixo, levando a extremidade livre do eixo à condição estática (engastado-engastado). Essa condição foi estudada pois resulta em uma tentativa de baixo custo para realizar o controle. Estes resultados foram apresentados juntos aos dois casos propostos.

Tabela 2. Resultados numéricos para excitação aleatória.

Estudo de Caso	Coefficiente (C_n)	Valor	Energia Total (mJ)
Engastado-livre (Sem controle)	-	0,0000	467,63
Engastado-engastado (Sem controle)	-	0,0000	218,19
Controlador clássico proporcional	$n=2$	15,5278	43,12
	$n=1$	-0,8484	
	$n=2$	17,6837	41,94
	$n=3$	25,1107	
	$n=4$	23,2499	
Estudo de Caso 2	$n=1$	-0,06945	
	$n=2$	9,1438	
	$n=3$	42,6392	
	$n=4$	16,7225	41,80
	$n=5$	-	
	$n=6$	9,4987	
	$n=7$	12,6468	
	$n=8$	13,990	

5.1 Estrutura de referência (sem controle)

Neste caso é calculada a energia máxima quando o sistema evolui a partir do repouso, estimulado por excitação aleatória, para duas situações distintas: com a extremidade do eixo livre (engastado-livre) e com a extremidade do eixo engastada (engastado-engastado).

Para a estrutura sem controle, em que M_c é igual à zero, a energia final máxima da estrutura atingiu 467,63 mJ para o caso engastado-livre. Na condição de extremidade engastada, a energia final máxima foi de 218,19 mJ. A Figura 6 exibe a energia total em função do tempo para essas condições.

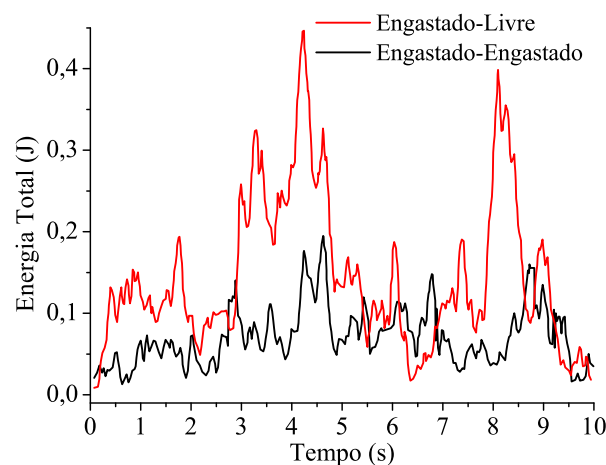


Figura 6. Energia da estrutura sem controlador.

5.2 Momento proporcional à velocidade angular e suas potências

Neste caso, foi simulado o controle em que o momento de controle é dependente dos coeficientes C_n ($n=1, \dots, 4$), da Equação 13, que são obtidos por otimização multiparâmetros, pelo método de Monte Carlo via Cadeia de Markov descrito anteriormente.

Após a obtenção dos coeficientes ótimos, a partir do emprego do método de otimização desenvolvido, a Equação 13 pode ser apresentada na forma da Equação 15, que segue.

$$M_c = - \left[-0,8484 \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} + 17,6837\dot{\theta} + 25,1107\dot{\theta} |\dot{\theta}| + 23,2499\dot{\theta}^3 \right] \quad (15)$$

Com a aplicação deste momento ótimo, a energia total máxima obtida foi de 41,94 mJ, conforme registrado na Figura 7.

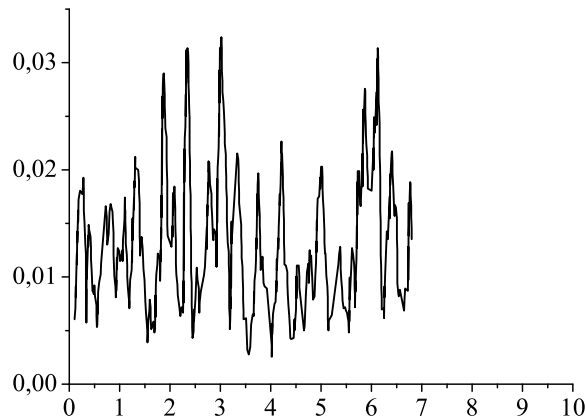


Figura 7. Energia na estrutura para o sistema controlado do Estudo de Caso 1 (ver Tabela 2).

5.3 Momento proporcional à velocidade, deslocamento e suas potências

Assim, considera-se o caso mais geral, em que o momento de controle é modelado por um polinômio proporcional à velocidade, ao deslocamento e às suas potências. Nestes casos, a resposta da estrutura foi obtida pela aplicação do método estocástico para determinação de um momento de controle que se valha de um polinômio cujos termos C_n ($n=1, \dots, 8$) da Equação 14 podem ser diferentes de zero. Conforme representado pela condicionalidade da Equação 16, com uma força de controle passiva, gerada por atrito, não é possível aplicar um momento de controle proporcional ao deslocamento, quando a velocidade e o deslocamento não tiverem o mesmo sinal. Daí, a expressão condicional apresentada pela Equação 14 e pela Equação 16. Esta condição corresponde a introduzir uma rigidez na estrutura apenas durante o intervalo de tempo em que ela contribui para retirar energia da estrutura. Esta rigidez é suprimida durante o período em que a energia seria devolvida à estrutura. Procedendo a otimização de parâmetros, a Equação 14 toma a forma apresentada na Equação 16, que modela o momento de controle por meio da aplicação de um momento de controle dependente da velocidade, do deslocamento e de suas potências.

$$M_c = \begin{cases} - \left(0,0695 \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} + 9,144\dot{\theta} + 42,639\dot{\theta} \left| \dot{\theta} \right| + 16,723\dot{\theta}^3 \right) \leftrightarrow \text{sgn}\theta \neq \text{sgn}\dot{\theta} \\ -0,0695 \frac{\dot{\theta}}{|\dot{\theta}|} - 9,144\dot{\theta} - 42,639\dot{\theta} \left| \dot{\theta} \right| - 16,723\dot{\theta}^3 - 9,499\theta \\ -12,647\theta \left| \theta \right| - 13,99\theta^3 \leftrightarrow \text{sgn}\theta = \text{sgn}\dot{\theta} \end{cases} \quad (16)$$

Após a determinação, por meio de otimização, dos coeficientes que levaram ao melhor controlador do Estudo de Caso 2, a energia total obtida foi de 41,80 mJ. A Figura 8 registra a energia total na estrutura.

O resultado para este caso é coerente com o processo de otimização de parâmetros, que indica uma energia mínima tão mais baixa quanto mais parâmetros se dispuser para otimização.

6. Conclusões

Com a realização do trabalho foi possível determinar controladores mais eficientes que os passivos convencionais. Foi resolvido um problema inverso de otimização paramétrica, que consistiu em identificar quais os coeficientes que melhor modelam um momento de controle não linear polinomial, e que levam uma estrutura a um nível mínimo de energia total, quando sujeita a determinada condição de excitação. Para tanto, um método de otimização estocástica, combinando Cadeias de Markov e o Método de Monte Carlo, foi implementado e apresentou, como resultado, a combinação ótima de parâmetros que minimiza a energia total do sistema vibrante para determinadas condições estabelecidas, quando em regime permanente.

Quanto ao método de otimização estocástica, os resultados comprovaram a sua eficiência, visto que o estudo indicou uma energia mínima tão mais baixa quanto mais parâmetros se dispuser para otimização. No caso da excitação aleatória, a aplicação dos controladores semiativos se mostrou

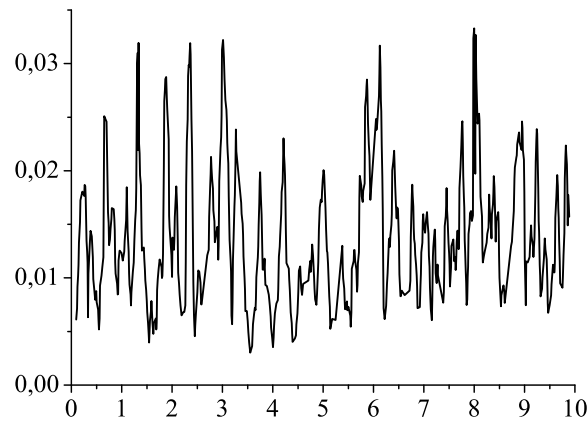


Figura 8. Energia na estrutura para o sistema controlado do Estudo de Caso 2 (ver Tabela 2).

vantajosa, representando, no caso tratado, uma redução na energia máxima na ordem de 3%, se comparado ao controlador clássico passivo.

A utilização, em trabalhos futuros, de expoentes menores que a unidade para o polinômio que modela o momento de controle pode levar a bons resultados. O expoente meio, por exemplo, pode ser uma boa opção para teste. Ainda, a utilização de outras classes e graus de funções para o momento de controle também pode levar a bons resultados. Em relação à excitação, a utilização, em trabalhos futuros, de diferentes padrões de carregamentos de excitação, buscando representar condições normais de utilização de estruturas de grande porte, pode enriquecer o estudo deste tipo de controlador. Vários trazem dados sobre as características de excitação ocasionadas por pessoas transitando sobre estruturas e sobre cargas de vento. Existem, também, diversos padrões de excitação que representam terremotos, amplamente publicados na literatura. Esses trabalhos podem sugerir padrões de carregamento para os quais seria interessante avaliar o desempenho do controlador ora proposto.

Agradecimentos

Os autores agradecem o suporte financeiro do CNPq, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

Referências

- Andrieu, C.; Freitas, N.; Doucet, A. & Jordan, M., *An introduction to MCMC for Machine Learning*. 1a edição. Machine Learning, Netherlands, 2003.
- Borges, R.; Lima, A. & Jr, V.S., Robust optimal design of a nonlinear dynamic vibration absorber combining sensitivity analysis. *Shock and Vibration*, 17(1):507–520, 2010.
- Carneiro, R., *Controle Semiativo de Vibrações em Estruturas utilizando Amortecedor Magnetorreológico*. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.
- Carvalho, M. & Guimarães, M., Controle semiativo de vibrações com otimização estocástica. In: MECOM-CILAMCE. Buenos Aires, Argentina, p. 6707–6726, 2010.
- Carvalho, M. & Mota, C., Otimização via spline em problemas inversos. In: CILAMCE Proceedings. Armação dos Búzios, p. 1–10, 2009.
- Cezaro, A., *Problemas Inversos: Uma Introdução*. 1a edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2010.
- Guimarães, M., *Controle Semi-ativo de Vibrações por Atrito de Coulomb*. Tese de doutorado, Programa de Pós-Graduação em Estruturas, Universidade de Brasília, Brasília, 2013.
- Inman, D., *Vibration With Control*. 1a edição. West Sussex: John Wiley & Sons, 2006.
- Li, H. & Huo, L., Advances in structural control in civil engineering in china. *Mathematical Problems in Engineering*, 2(1):1–24, 2010.
- Lima, R., *Análise de Vibrações Estocásticas em Sistemas Mecânicos*. Dissertação de mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, 148 p., 2011.
- Silva, D., *Identificação de Funções de Transferência como Entrada Um Degrau*. Dissertação de mestrado, Universidade Estadual Paulista -UNESP, Campus de Ilha Solteira, Ilha Solteira -SP, 2008.